Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение Самарской области
средняя общеобразовательная школа с.Старое Ермаково
муниципального района Камышлинский Самарской области

Проверено
Зам. Директора по УВР

_________/Шайхутдинова Р.И./

« 24 » 08 2022 г.

Утверждаю
Директор ГБОУ СОШ
с. Старое Ермаково
_________/Гимадиева Р.Х./
Приказ № __49-од__ от
«_24___» ______08__ 2022 г.

DN: C=RU, O=ГБОУ СОШ с. Старое Ермаково, CN=Гимадиева Р.Х., E=st_ermak_sch_kmsh@samara.edu.ru
Местоположение: 00b28e2618d4a2b76b
Дата: 2022.10.11 21:05:59+04'00'

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

Предмет (элективный курс) «Проценты на все случаи жизни» Класс 11.

Количество часов по учебному плану 34 часа в год 1 час в неделю.

Составлена в соответствии с Примерной рабочей программой по изобразительному искусству Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол 3/21 от 27.09.2021 г.

Рассмотрена на заседании МО учителей ЕМЦ

Протокол №_1_ от «__24_____» ___08____2022 г.

Председатель МО ___________________ /Абдуллоева А.А./

Аннотация программы

Понятие «проценты» вошло в нашу жизнь не только с уроками в средней школе и с проведением сложных научно-исследовательских работ, не только с выпечкой кулинарных изделий и приготовлением лакомств, солений и варений, оно буквально атакует нас в пору утверждения рыночных отношений в экономике, в пору банкротств, кредитов, инфляций, девальваций. Проценты творят чудеса. Зная их, бедный может стать богатым. Обманутый вчера в торговой сделке покупатель сегодня обоснованно требует процент торговой скидки. Вкладчик сбережений учится жить на проценты, грамотно размещая деньги в прибыльное дело.

Элективный курс «Проценты на все случаи жизни» призван помочь старшеклассникам систематизировать знания и умения по теме проценты, повысить свою математическую и алгоритмическую культуру, достичь уверенных навыков в решении стандартных задач по алгебре, освоить эвристические подходы к решению нестандартных, творческих задач, а также сформировать привычку поисковой активности, существенную отнюдь не только при занятиях математикой, но и в обыденной жизни.

Это программа для тех, кто изучает математику, физику, химию, кому завтра предстоят выпускные и вступительные экзамены, кому в повседневной жизни приходится считать.

Пояснительная записка

Предлагаемый элективный курс посвящён одной из важнейших тем математики «Процентные исчисления». В рамках общеобразовательной школы процентам уделяется несправедливо мало учебного времени, а, следовательно, уровень знаний, необходимый для приобретения умений, навыков для свободного оперирования ими на уроках математики, химии, физики и просто в быту, оказывается недостаточным. Проценты изучаются на первом этапе основной школы, когда учащиеся в силу возрастных особенностей ещё не могут получить полноценные представления о процентах, об их роли в повседневной жизни.

Понимание процентов и умение производить процентные расчёты необходимы каждому человеку; прикладное значение этой темы велико и затрагивает финансовую, демографическую, экологическую, социологическую и другие стороны нашей жизни.

Поэтому представляется необходимым возвращение к процентам на старшей ступени.

Элективный курс «Проценты на все случаи жизни» предназначен для реализации в старших классах. Он направлен на удовлетворение познавательных интересов учащихся, имеет прикладное общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, использует целый ряд межпредметных связей. Предлагаемый курс демонстрирует учащимся применение математического аппарата к решению повседневных бытовых проблем каждого человека, вопросов рыночной экономики и задач технологии производства. Данный курс должен позволить учащемуся не столько приобрести знания, сколько овладеть различными способами познавательной деятельности. В каждом разделе курса имеются задания на актуализацию и систематизацию знаний учащихся, задачи различного уровня сложности, сюжеты подавляющего большинства которых, в отличие от обычных искусственных текстовых задач, непосредственно взяты из действительности, окружающей современного человека, в том числе и старшеклассника, - финансовая сфера (платежи, налоги, прибыли), демография, экология, социологические опросы и пр. Уровень сложности задач варьируется от простых упражнений на применение изучаемых формул до достаточно трудных примеров расчёта процентов в реальных банковских ситуациях. При постановке и решении задач возникают математические понятия, например, прогрессии, степени с произвольным действительным показателем и логарифмы, что даёт учащимся дополнительную возможность понять их глубинную суть.

Тема «Проценты» является универсальной в том смысле, что она связывает между собой многие точные и естественные науки. У учащихся воспитывается чувство удовлетворения от установленной им возможности приложения математики к другим наукам. Они увидят, что такие, на первый взгляд, «бесполезные» вопросы, как сумма членов арифметической или геометрической прогрессии, имеют глубокий экономический смысл.

Этот курс направлен на то, чтобы вооружить желающих дополнительными знаниями по процентным исчислениям для использования их не только в учебно-познавательном процессе, но и в повседневной жизни – при расчёте выгодности банковской сделки, рентабельности бизнеса, коммерческого предложения.

Содержание курса способствует решению задач самоопределения ученика в его дальнейшей профессиональной деятельности.

Цели курса:

- ✓ повторить и привести в систему сведения о процентах;
- ✓ создать основу для расширения сюжетов решаемых задач, сближающих содержание школьного курса с практическим приложением математики как науки;
- ✓ способствовать интеллектуальному развитию учащихся, формированию качеств мышления, характерных для математической деятельности, развитию практических способностей, необходимых человеку для общей социальной ориентации.

Задачи курса:

- ✓ актуализировать ранее изученный и новый материал для обеспечения ученикам достаточно высокого уровня компетентности по этой теме;
- ✓ способствовать развитию учащихся в отношении интеллекта, способностей, мотивации, навыков самостоятельной деятельности;

- ✓ сформировать умения производить процентные вычисления, необходимые для применения в практической деятельности и для решения задач из смежных дисциплин;
- ✓ помочь ученику оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы.

В результате курса учащиеся должны:

- ✓ понимать содержательный смысл термина “процент” как специального способа выражения доли величины;
- ✓ знать широту применения процентных вычислений в жизни;
- ✓ уметь применять формулы “простых” и “сложных” процентов, формулы массовой концентрации вещества, формулы процентного содержания вещества;
- ✓ уметь сочетать устные и письменные приёмы вычислений, использовать приёмы, рационализирующие вычисления.

Для достижения целей курса предлагается следующие способы организации деятельности учащихся на различных уроках:

- на уроках-лекциях учащиеся учатся конспектировать, анализировать возникновение новых методов решения задач;
- на уроках-беседах совместными усилиями учителя и учащихся решаются ключевые задачи;
- на уроках-практикумах учащиеся самостоятельно решают задачи, добиваясь тех или иных навыков, анализируют ошибки и пути их исправления;

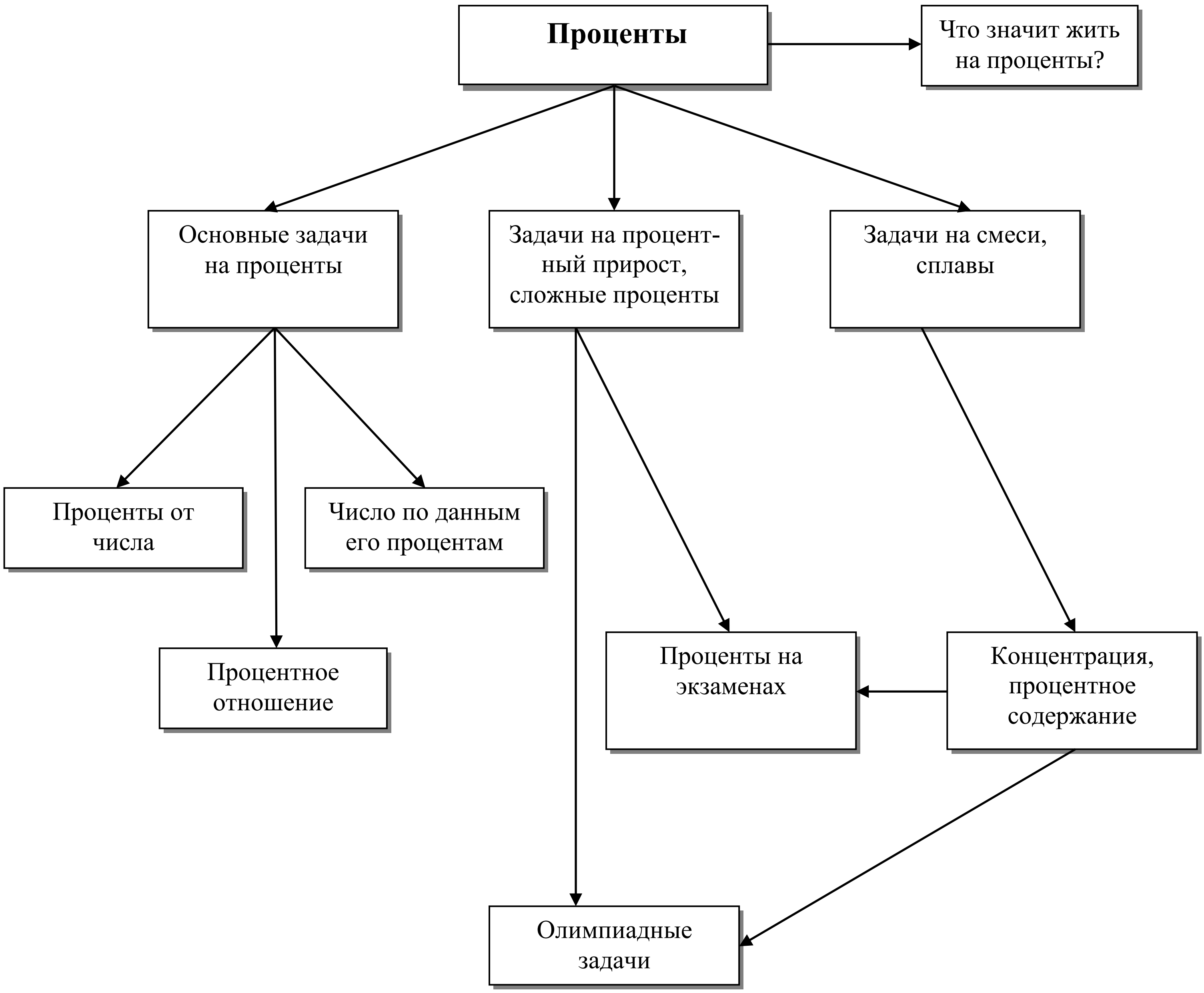
Элективный курс предусматривает классно-урочную и лекционно-практическую системы обучения. Практическая часть предполагает использование типового школьного оборудования кабинета математики.

Программа элективного курса предлагает знакомство с теорией и практикой рассматриваемых вопросов и ***рассчитана на 34 часа.***

Программа содержит темы творческих работ и список литературы по предложенным темам.

В процессе изучения данного курса предполагается использование различных методов активизации познавательной деятельности школьников, а также различных форм организации их самостоятельной работы.

Содержание курса



Содержание программы

Что надо знать о процентах.

Устраняются проблемы в знаниях по решению основных задач на проценты: что такое проценты, как выразить число в процентах, как выразить проценты в десятичной дроби, нахождение процентов от данного числа, нахождение числа по его процентам, процентное отношение двух чисел, изменение величины в процентах, проценты и теория вероятности.

Решение задач с помощью уравнений и неравенств.

Сюжеты задач взяты из действительности: демография, экология, социологические опросы и т. д.

Задачи на процентный прирост и вычисление "сложных процентов".

Введение базовых понятий экономики: процент прибыли, стоимость товара, бюджетный дефицит и профицит, изменение тарифов и т. д. Решение задач, связанных с банковскими расчётами.

Задачи на смеси, сплавы, концентрацию и процентное содержание. (5ч).

Концентрация вещества, процентное содержание вещества – введение соответствующих понятий и формул.

Проценты на экзаменах.

Задачи, предлагаемые в КИМах на ЕГЭ, на вступительных экзаменах на различные факультеты МГУ и других высших учебных заведений.

Обобщение полученных знаний при решении задач на проценты. Задачи школьных математических олимпиад. Задачи региональных математических олимпиад.

Что значит жить на проценты.

Стратегия ликвидности, стратегия доходности, цепные вклады, государственные краткосрочные облигации.

Деловая игра "Проценты в современной жизни. Проценты в мире профессий".

Для старшеклассников характерна ориентация на свою будущую роль в обществе. Их интересуют политические и социальные явления.

В игре сосредоточены творческие задания. Можно моделировать жизненные ситуации и сосредоточивать игровые действия вокруг социальных проблем и отношений между людьми.

Сориентировать учащихся на прикладное применение математических знаний, в неформальной обстановке произвести диагностику качества знаний учащихся по данной теме.

Построение курса позволяет изучать любой из семи модулей, входящих в элективный курс, отдельно, т.е. если ученик пропустил по каким-либо причинам часть курса или в процессе изучения скорректировал уже сделанный выбор, сопоставляя его со своими возможностями.

К примеру, он может отказаться от изучения VI модуля и увеличить практикум в III, IV модулях, что обеспечит индивидуализацию обучения.

Разработанный элективный курс может быть использован учителями математики при подготовке к математическим олимпиадам, ЕГЭ, централизованному тестированию и вступительным экзаменам в высшие учебные заведения.

Формы контроля

Зачет по итогам освоения модуля может проводиться в форме:

- письменной контрольной работы;
- самостоятельной работы;
- тестирования;
- творческой индивидуальной работы

как, например:
“Геометрическая прогрессия и её приложения в экономике” или «Проценты в стохастике» и т.п.;

- собеседования по оценке результатов, достигнутых учеником (рейтинг);

По окончанию курса готовится и проводится деловая игра.

Учебный план элективного курса для учащихся 11 класса

«Проценты на все случаи жизни»

№ урока	***Название темы***	***Кол-во часов***	***Дата по плану***	***Дата по факту***
Понятие процента (10часов)				
1	Повторение. Что такое процент?	1	01.09	
2	Нахождение процентов от числа, числа по его процентам,	1	8.09	
3	Нахождение изменения величины в процентах	1	15.09	
4-6	Решение задач на проценты различными способами	3	22.09 29.09 06.10	
7-8	Арифметический способ решения, с помощью составления уравнений, с помощью пропорций.	2	13.10 20.10	
9-10	Графическое изображение процентных отношений. Чтение графиков и диаграмм.	2	27.10 10.11	
Проценты в бизнесе, экономике и банковском деле (10 часов)				
11-12	Схема работы банка, схема расчета банка с вкладчиками и заемщиками	2	17.11 24.11	
13-14	Простые проценты, начисление простых процентов, изменение годовых ставок простых процентов.	2	01.12 8.12	

15-16	Геометрическая прогрессия и сложные проценты в банковском деле	2	15.12 22.12	
17-18	Повышение и понижение цены товара.	2	29.12 12.01	
19-20	Производительность труда и оплата труда, доход предприятия	2	19.01 26..01	
Решение задач на «смеси», «сплавы» концентрацию (14 часов)				
21	Повторение основных понятий в задачах на смеси, растворы, сплавы. Термины «смесь», «чистое вещество».	1	2.02	
22	Понятие доли чистого вещества в смеси, понятие процентного содержания чистого вещества в смеси.	1	9.02	
23-25	Основные этапы решения задач на «смеси»: выбор неизвестных, выбор чистого вещества, переход к долям	3	16.02 23.02 2.03	
26-28	Отслеживание состояния смеси, составление уравнения, решение уравнения (или системы уравнений) запись ответа.	3	9.03 16.03 6.04	
29-30	Примеры решения задач на смеси.	2	13.04 20.04	
31-33	Проценты на экзаменах	3	27.04 4.05 11.05	
34	Деловая игра «Проценты в современной жизни. Проценты в мире профессий».	1	18.05	

Список литературы

1. Усов Н.А. Повторим математику. – Киев, 2019 Дорофеев, Г. В., Седова, Е. А. Процентные вычисления. 10-11 классы: учеб.-метод. пособие. – М.: Дрофа, 2019. – 144 с.
2. Денищева, Л. О., Бойченко, Е. М., Глазков, Ю. А. и др. Готовимся к единому государственному экзамену. Математика. – М.: Дрофа, 2019. - 120 с.
3. Егерев, В. К. и др. Сборник задач по математике для поступающих во втузы / под ред. М. И. Сканави. – М.: “Оникс – 21 век” 2019.
4. Шевкин, А. В. Текстовые задачи. – М.: Просвещение, 2017. – 112 с.
5. Корешкова Т.А. Тестовые задания по математике. – М.: Экзамен, 2022г
6. Петрова И.Н. Проценты на все случаи жизни. – Челябинск, 2019
7. Винокурова Е., Винокуров Н. Экономика в задачах. – М, 2020
8. Денищева Л.О. Единый государственный экзамен: Математика. – М.: Просвещение, 2019-2023
9. Звавич Л.И., Аверьянов Д.И., Пигарев Б.П., Трушанина Т.Н. Задания для проведения письменного экзамена по математике в 9-м классе. – М.: Просвещение, 2020
10. Корешкова Т.А. Тестовые задания по математике. – М.: Экзамен, 2022
11. Математика: 2600 тестов и проверочных заданий для школьников и поступающих в вузы / П.И. Алтынов, Л.И. Звавич, А.И. Медяник и др. – М.: Дрофа, 2020
12. Петрова И.Н. Проценты на все случаи жизни. – Челябинск, 2019
13. Симонов А.С. Экономика на уроках математики. – М: Школа-Пресс, 2015
14. Денищева, Л. О., Миндюк, М. Б., Седова, Б. А. Дидактические материалы по алгебре и началам анализа. 10-11 класс. – М.: Издательский дом “Генжер”, 2019.
15. В.С.Крамор. Повторяем и систематизируем школьный курс алгебры и начал анализа. Москва. “Просвещение”. 1990. стр.22 – Справочный материал по теме “Проценты”.

Приложение:

Вводный тест по теме «Проценты»

1. Найдите 25% от 56.

   а. А) 14 Б) 22,04 В) 20 Г) 25

2. Найдите число, если 1% его равен 75.

   а. А) 0,75 Б) 7,5 В) 7500 Г) 750

3. Клубника содержит 6% сахара. Сколько килограммов сахара в 27 кг клубники?
   а. А) 1,82 кг Б) 1,62 кг В) 2,24 кг Г) 2,42 кг

4. Книга стоила 25 р. После повышения цены она стоит 30,25 р. На сколько процентов возросла стоимость книги?
   а. А) на 21% Б) на 20% В) на 24% Г) на 25%

5. Найдите число, 34% которого равны 170.

   а. А) 57,8 Б) 500 В) 56,5 Г) 510

6. На математической олимпиаде 32% участников получили грамоты. Сколько школьников приняло участие в олимпиаде, если наградили 416 человек?
   а. А) 932 Б) 1300 В) 133,1 Г) 1340

7. Надо вспахать участок поля в 500 га. В первый день вспахали 150 га. Сколько процентов составляет вспаханный участок от всего участка?
   а. А) 330% Б) 30% В) 125% Г) 45%

8. Число уменьшили на 20%. На сколько процентов надо увеличить полученное число, чтобы получить данное число?
   а. А) на 20% Б) на 40% В) на 25% Г) на 30%

9. Число 56 составляет 80% от некоторого числа. Найдите среднее арифметическое этих чисел.
   а. А) 63 Б) 44,8 В) 126 Г) 56

10. Сторону квадрата уменьшили на 20%. На сколько процентов уменьшилась его площадь?
   А) на 20% Б) на 36% В) на 10% Г) на 40%

Таблица ответов:

№ задания	Ответ
1	А
2	В
3	Б
4	А
5	Б
6	Б
7	Б
8	В
9	А
10	Б

Модель урока

Тема: «***Что мы знаем о процентах?»***

Цель: Повторить:
Что такое проценты? Как выразить число в процентах? Как выразить проценты в виде десятичной дроби? Как найти процент от числа? Как найти число по его процентам? Как найти процентное отношение двух чисел? Проценты на экзаменах по математике.

«*Что такое проценты? Как выразить число в процентах?»*

Некоторые дроби чаще других встречаются в повседневной жизни, и потому они получили особые названия: половина (1/ 2), треть (1/3), четверть (1/4) и процент (1/100).

На практике дробные числа очень часто приходится сравнивать, а делать это удобно тогда, когда они выражены в одинаковых долях – только в третьих, только в четвертых, только в десятых.… Самыми удобными оказались сотые доли, которые и называют процентами (от латинских слов pro centum – «за сто»). Отсюда и **определение:** ***процентом называется дробь 1/100(0,01).***

Обозначают процент знаком %. Интересно его происхождение. Появился он в результате опечатки: наборщик переставил цифры в числе 100. Вот так – 010. Первый ноль чуть – чуть приподняли, второй чуть-чуть опустили, единицу чуть-чуть упростили – вот и получился этот знак. Заменяет он множитель 0,01. 1% = 1/100, или 0,01. Проценты – это числа, представляющие собой частные случаи десятичных дробей. Любое число можно выразить десятичной дробью, значит, и в процентах. Рассудим так: единица содержит сто сотых долей, то есть 100%. Каждое число можно представить в виде произведения единицы на это число, а значит, выразить его в процентах:

$2 = 1 \cdot 2 = 100\% \cdot 2 = 200\%$

$7 = 1 \cdot 7 = 100\% \cdot 7 = 700\%$

$1{,}534 = 1 \cdot 1{,}534 = 100\% \cdot 1{,}534 = 153{,}4\%$

$0{,}8 = 1 \cdot 0{,}8 = 100\% \cdot 0{,}8 = 80\%$

Итак, чтобы выразить число в процентах, достаточно умножить его на 100 и поставить знак %. Удобно сначала выразить число в виде десятичной дроби, а затем перенести запятую на два знака вправо и поставить %.

П р и м е р ы: 4 = 4,00 = 400%; 5/10 = 0.5 = 50%; ¾ = 0.75 = 75%.

Как выразить проценты в виде десятичной дроби

Теперь ставится обратная задача: выразить проценты в виде десятичной дроби. Например, 9% означают 9 сотых долей. Записать это можно так: 9% = 9/100 = 0.09. По аналогии выводим:

37% = 37/100 = 0.37; 600% = 600/100 = 6; 290% = 290/100 = 2.9.

Чтобы выразить проценты в виде десятичной дроби, достаточно их число разделить на 100. Это правило можно сформулировать и так: чтобы проценты выразить в виде десятичной дроби, надо в их числе перенести запятую на два знака влево.

П р и м е р ы: 300% = 3; 36.7% = 0.367; 9% = 0.09; 0.1% = 0.001.

Нахождение процентов от данного числа

З а д а ч а. В семенах сои содержится 20% масла. Сколько масла содержится в 700 кг сои?

Р е ш е н и е.

В задаче требуется найти указанную часть (20%) от известной величины (700 кг). Такие задачи можно решать способом приведения к единице. Основное значение величины – 700 кг. Ее мы можем принять за условную единицу. А условная единица и есть 100%.

Кратко условие задачи можно записать так:

700 кг – 100%,
x кг – 20%.

Здесь за x принята искомая масса масла. Узнаем, какая масса сои приходится на 1 %. Поскольку на 100 % приходится 700 кг, то на 1 % будет приходиться масса, в 100 раз меньшая, то есть 700 : 100 = 7(кг). Значит, на 20 % будет приходиться в 20 раз больше: 7 · 20 = 140(кг). Следовательно, в 700 кг сои содержится 140 кг масла.

Эту задачу можно решить и иначе. Если в условии этой задачи вместо 20 % написать равное ему число 0,2, то получим задачу на нахождение дроби от числа. А такие задачи решают умножением. Отсюда получим другой способ решения:

1) 20% = 0,2; 2) 700 · 0,2 = 140 (кг).

Чтобы найти несколько процентов от числа, надо проценты выразить дробью, а затем найти дробь от данного числа.

Нахождение числа по его процентам

З а д а ч а. Из хлопка-сырца получается 24 % волокна. Сколько надо взять хлопка-сырца, чтобы получить 480 кг волокна?

Решение.

480 кг волокна составляют 24 % от некоторой массы хлопка-сырца, которую принимаем за **x** кг. Будем считать что **x** кг составляют 100 %. Теперь кратко условие задачи можно записать так:

480кг – 24 %,
x кг – 100 %.

Решим эту задачу способом приведения к единице. Узнаем, какая масса волокна приходится на 1%. Поскольку на 24 % приходится 480 кг, то, очевидно, на 1% будет приходиться масса в 24 раза меньше, то есть 480 : 24 = 20 (кг). Далее рассуждаем так : если на 1 % приходиться масса в 20 кг, то на 100 % будет приходиться масса, в 100 раз большая, то есть 20 · 100 = 2000 (кг) = 2(т). Следовательно, для получения 480 кг волокна надо взять 2 т хлопка-сырца.

Эту задачу можно решить и иначе.

Если в условии этой задачи вместо 24 % написать равное ему число 0,24, то получим задачу на нахождение числа по известной его части (дроби). А такие задачи решают делением. Отсюда вытекает еще один способ решения: 1) 24% = 0,24; 2) 480:0,24=2000 (кг)=2(т).

Чтобы найти число по данным его процентам, надо выразить проценты в виде дроби решить задачу на нахождение числа по данной его дроби.

Процентное отношение двух чисел

З а д а ч а 1. Надо вспахать участок поля в 500 га. В первый день вспахали 150 га. Сколько процентов составляет вспаханный участок от всего участка?

Решение.

Чтобы ответить на вопрос задачи, надо найти отношение (частное) вспаханной части участка ко всей площади участка и выразить это отношение в процентах:

$$\frac{150}{500} = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\%.$$

Таким образом, мы нашли процентное отношение, то есть сколько процентов одно число (150) составляет от другого числа (500).

Чтобы найти процентное отношение двух чисел, надо найти отношение этих чисел и выразить его в процентах.

З а д а ч а 2. Рабочий изготовил за смену 45 деталей вместо 36 по плану. Сколько процентов фактическая выработка составляет от плановой?

Решение.

Для ответа на вопрос задачи надо найти отношение (частное) числа 45 к 36 и выразить его в процентах:

$$45 : 36 = 1{,}25 = 125\%$$

Вопросы и упражнения

1. Найдите: а) 10% от 150; б) 7% от 40 км; в) 15% от 200 кг; г) 10% от 0,16 ц.
2. Найдите число: а) 5% которого равны15; б) 7% которого составляют 3,5; в) если 24% его равны 18; г) 205 которого составляют32.
3. Сколько процентов составляют:
   а) 15 кг от 100 кг; б) 14 м от 20 м; в) 18 руб. от 12 руб.; г) 0,9га от 1,5 га?

4. Найдите частное и выразите его в процентах: а) 7,14:0,7; б) 0,918:0,09; в) 0,336:1,5 ; г) 1,7:6,8.

5. В открытой степи скорость ветра составляет 8 м/с, а после прохождения через лесную полосу – 4,4 м/с. На сколько процентов уменьшилась скорость ветра после прохождения через лесную полосу?

6. Посеяли 300 зерен, из них 270 дали всходы. Определите процент всхожести зерен.

7. В 450 г раствора содержится 27 г соли. Определите процент содержания соли в растворе.

8. Каким бы чистым ни казался воздух, в нем всегда имеется пыль. Когда мы дышим через нос, пыли задерживается на 60 % больше, чем тогда, когда мы дышим через рот. Во сколько раз при дыхании через нос пыли задерживается больше, чем при дыхании ртом

9. Лимонный маргарин содержит 64% жира, 16 % сахара и другие продукты. Сколько килограммов жира, сахара и других продуктов содержится в 2,25 т лимонного маргарина?

10. Игра «Математическая эстафета». Найдите число, если

а) 5%; 16%; 20%; 96%; 120% их равны 480;

б) 10%; 21%; 56%; 84%; 140% их равны 420;

в) 9%; 30%; 45%; 75%; 225% их равны 450.

11. Бригада рабочих должна была заасфальтировать участок дороги длиной 840 м. В первый день она выполнила 25% задания, во второй день 40% , а остальная часть задания была выполнена в третий день. Сколько метров дороги было заасфальтировано в третий день?

12. Из свежих груш получается 18% сушеных. Сколько взяли свежих груш, если получилось 54 кг сушеных? Сколько получится сушеных груш из 120 кг свежих?

13. Нина прочитала 30% страниц книги, а если она прочитает еще 50 страниц, то она прочитает 55% страниц книги. Сколько всего страниц в ней?

14. Одна тонна хлопка-сырца дает 350 кг волокна и 500 кг семян. Сколько процентов составляют семена и волокно в отдельности от массы хлопка-сырца? Сколько процентов от массы семян составляет масса волокна?

Или же задачи из сборника для экзаменов части А и В, например,

Часть А:

1. Перед Новым годом цены в магазине подарков были снижены на 25%. Некоторый товар до уценки стоил *х р*. Ученик записал четыре разных выражения для вычисления новой цены товара. Одно из них неверно. Какое?

А) $x - 0{,}25x$ Б) $0{,}75x$ В) $x - 25$ Г) $x - \dfrac{x}{4}$

2. После уценки телевизора его новая цена составила 0,8 старой. Сколько процентов от старой цены составляет новая?

А) *0,8%* Б) *8%* В) *20%* Г) *80%*

Часть В:

3. (7.8) В прошлом году на два самых популярных факультета университета было подано1100 заявлений. В текущем году число заявлений на первый из этих факультетов уменьшилось на 20%, а на второй увеличилось на 30 %, причем всего было подано 1130 заявлений. Сколько заявлений было подано на каждый из этих факультетов в текущем году? (на 2 балла) Ответ: 480 и 650

4. (7.29) Влажность свежескошенной травы 60%, сена 20%. Сколько сена получится из 1 т свежескошенной травы? (на 4 балла). Ответ:500 кг сена.

5. (7.53) На аукционе одна картина была продана с прибылью 20%, другая с прибылью 50%. Общая прибыль от продажи двух картин составила 30%. У какой картины первоначальная цена была выше и на сколько? (на 6 баллов) Ответ: первоначальная стоимость первой картины в 2 раза больше, чем второй.

Модель урока

Тема: ***«Решение задач на проценты с помощью уравнений»***

Цель урока: Отработка навыков по решению задач на проценты с помощью уравнений

Ход урока:

I Актуализация знания

Тест – опрос. Установите истинность (ложность утверждения)

1) Верно ли:

а) 37% = 0,37

б) 290% = 2,9

в) 9% = 0,9

2) Верно ли:

а) 5% от 400 равно 20

б) 20% от 300 равно 6

в) 1% от 1 м равно 10 см

3) Найти число х:

а) 4% его равны 160; х = 400

б) 70% его равны 560; х = 800

в) 17% его равны 68; х = 400

4) Процентное отношение чисел:

а) 150 к 500 равно 30%

б) 7 к 10 равно 700%

в) 137 к 100 равно 137%

Таблица ответов:

1			2			3			4		
а	**б**	**в**	**а**	**б**	**в**	**а**	**б**	**в**	**а**	**б**	**в**
+	+	–	+	–	+	–	+	+	+	–	+

Условные обозначения: + «Истинна, – «Ложь»

II Решение задач

Задача 1. Одной машинистке на перепечатку рукописи требуется на 12 ч больше, чем другой. Если 25% рукописи перепечатает первая машинистка, а затем к ней присоединится вторая машинистка, то на перепечатку рукописи им понадобиться 35 ч, считая от момента начала работы первой машинистки. За сколько часов могла бы перепечатать рукопись каждая машинистка, работая отдельно?

Решение: Пусть на перепечатку рукописи первой машинистке требуется x ч, тогда второй потребуется $(x-12)$ ч. На перепечатку 25% рукописи первая машинистка затратит $\frac{x}{4}$ ч. Выясним теперь, сколько времени потребуется двум машинисткам на перепечатку оставшихся 75% рукописи. Первая машинистка перепечатывает за один час $\frac{1}{x}$ часть рукописи, вторая – $\frac{1}{x-12}$ часть рукописи, а вместе за час они перепечатывают $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-12}$ часть рукописи. На перепечатку $\frac{3}{4}$ рукописи им потребуется $\frac{3}{4}:\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{x-12}\right)$ ч, т.е. $\frac{3x(x-12)}{4(2x-12)}$ ч. Отсюда получаем уравнение: $\frac{x}{4}+\frac{3x(x-12)}{4(2x-12)}=35$

Решив это уравнение, найдем, что оно имеет два корня: $x_1=60$ и $x_2=5{,}4$.

Второй корень не соответствует условию задачи.

Ответ: первой машинистке на перепечатку рукописи требуется 60 ч, а второй – 48 ч.

Задача 2. Положив в банк деньги, вкладчик получил через год прибыль в 240 тысяч рублей. Однако он не стал забирать деньги из банка, а, добавив к ним еще 60 тысяч, снова оставил деньги на год. В результате спустя еще год он получил в банке 1 миллион 100 тысяч рублей. Какая сумма была положена в банк первоначально и какой процент прибыли в год давал банк?

Решение: Допустим, что первоначальный вклад составляет x тысяч рублей. Тогда процент прибыли за год равен $\frac{240}{x}\cdot 100\%$. Сумма вклада, положенного в банк через год, составила $x+240+60$ тысяч рублей, т.е. $x+300$ тысяч рублей. Этот вклад принес доход, равный $(x+300)\frac{240}{x}$ тысячам рублей. Всего вкладчик получил 1100 тысяч рублей.

Получаем уравнение: $(x+300)+\frac{(x+300)\cdot 240}{x}=1100$

Решив его, найдем, что это уравнение имеет два корня: $x_1=200$, $x_2=360$. Выполнив расчеты, можно убедиться, что оба корня соответствует условию задачи.

Ответ: задача имеет два решения: вкладчик вложил первоначально 200 тысяч рублей и получил доход 120% в год или вкладчик вложил первоначально 360 тысяч рублей и получил доход $66\frac{2}{3}\%$ в год.

Задача 3. Имелось два слитка меди. Процент содержания меди в первом слитке был на 40 меньше, чем процент содержания меди во втором. После того как оба слитка сплавили, получили слиток, содержащий 36% меди. Найдите процентное содержание меди в первом и во втором слитках, если в первом слитке было 6 кг меди, а во втором – 12 кг.

Решение: Обозначим за x массу первого слитка в кг, за y массу второго слитка в кг, получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{12}{y} - \frac{6}{x} = 0{,}4 \\ \frac{18}{y+x} = 0{,}36 \\ x > 0, y > 0 \end{cases}$$

В результате получим: x=30, y=20.

Ответ: 30 кг, 20 кг

Задача 4. Для определения оптимального режима снижения цен социологи предложили фирме с 1 января снижать цену на один и тот же товар в двух магазинах двумя способами. В одном магазине – в начале каждого месяца (начиная с февраля) на 10%, в другом – через каждые два месяца, в начале третьего (начиная с марта) на одно и то же число процентов, причем такое, чтобы через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковыми. На сколько процентов надо снижать цену товара через каждые два месяца во втором магазине?

Решение: Пусть a руб. - стоимость товара, x - число процентов. Тогда,

I магазин

Февраль $a - 0{,}1a = a(1-0{,}1)$

Март $a(1-0{,}1) - 0{,}1 \cdot a(1-0{,}1) = a(1-0{,}1)^2$

……………………………………

Июль $a(1-0{,}1)^6$

II магазин

Март $a - 0{,}01xa = a(1-0{,}01x)$

Май $a(1-0{,}01x)^2$

Июль $a(1-0{,}01x)^3$

По условию задачи через полгода (1 июля) цены снова стали одинаковые, составляем уравнение:

$$a(1-0{,}1)^6 = a(1-0{,}01x)^3$$

$$x = 21$$

Ответ: на 21%.

III Задачи для самостоятельной работы

Задача 1. В соответствии с договором фирма с целью компенсации потерь от инфляции была обязана в начале каждого квартала повышать сотруднику зарплату на 3%. Однако в связи с финансовыми затруднениями она смогла повышать ему зарплату только раз в полгода (в начале следующего полугодия). На сколько процентов фирма должна повышать зарплату каждые полгода, чтобы 1 января следующего года зарплата сотрудника была равна той зарплате, которую он получил бы при режиме повышения, предусмотренной договором.

Решение: Пусть a руб. - зарплата, x - процент повышения зарплаты. Тогда,

По плану

I квартал $a(1+0{,}03)$ руб.

……………………………

IV квартал $a(1+0{,}03)^4$ руб.

Фактически

I полугодие $a(1+0{,}01x)$ руб.

II полугодие $a(1+0{,}01x)^2$ руб.

По условию задачи зарплата сотрудника была равна той зарплате, которую он получил бы при режиме повышения, предусмотренного договором, составляем уравнение:

$$a(1+0{,}03)^4 = a(1+0{,}01x)^2$$

$$x = 6{,}09$$

Ответ: на 6,09 %.

Задача 2. На заводе было введено рационализаторское предложение. В результате время, необходимое для изготовления рабочими некоторой детали, уменьшилось на 20%. На сколько процентов возросла производительность труда этого рабочего?

Решение: Пусть x - производительность труда, а y - весь объем работы. Тогда работа будет выполнена за время $\frac{y}{x}$. В результате роста производительности труда время на изготовление детали стало равно $0{,}8\frac{y}{x}$, соответственно производительность $y:0{,}8\frac{y}{x}$, или $\frac{x}{0{,}8}$. Соответственно рост производительности труда составил: $\frac{x/0{,}8-x}{x}\cdot 100\%=25\%$

Ответ: 25%

Задача 3. Из жителей города одни говорят только на украинском, другие – только на русском, третьи – на обоих языках. По-украински говорят 85% всех жителей, а по-русски – 75%. Сколько процентов всех жителей этого города говорят на обоих языках?

Решение:

100%-85%=15% - не говорят на украинском;

100%-75%=25% - не говорят на русском;

100%-15%-25%=60% - говорят на обоих языках.

Ответ: 60%

Модель урока

Тема: «Решение задач.
Задачи на проценты, предлагаемые на уроках химии».

Цель: рассмотреть задачи на проценты, встречающиеся на уроках химии.

1. Элементный состав вещества следующий: массовая доля элемента железа 72,41 %, массовая доля кислорода 27,59 %. Выведите химическую формулу.

Решение

а) Находим отношение числа атомов:

$$Fe : O = 72.41/56 : 27.59/16 \approx 1.29 : 1.72.$$

б) Меньшее число принимаем за единицу и находим следующее отношение:

$$Fe : O \approx 1 : 1.33.$$

в) Так как должно быть целое число атомов, то это отношение приводим к целым числам, для чего необходимо правую часть выражения умножить на 3:

$$Fe : O = 3 : 3.99, \text{ или } \approx 3 : 4.$$

О т в е т: химическая формула данного вещества Fe3O4.

2. Экспериментально установлено, что элементный состав газообразного вещества следующий: массовая доля углерода – 85,71 %, массовая доля водорода – 14,29 %. Масса 1 л этого газа при нормальных условиях составляет 1,25 г. Найдите химическую формулу данного вещества.

Решение

а) Находим отношение числа атомов элементов:

$$C : H = 85.71/12 : 14.29/1 = 7.14 : 14.29 \approx 1 :2.$$

Следовательно, простейшая формула этого газа $CH2$.

б) Находим молярную массу по простейшей формуле:

$$M(CH2) = 12 + 2 \cdot 1 = 14 \text{ г/моль}.$$

Однако отношению чисел атомов 1 : 2 соответствует много формул, например $C2H4$, $C3H6$ и т.д.

в) Чтобы выяснить, какая из этих формул соответствует данному газу, находим молярную массу по плотности (р):

$$M = Vmp = 22.4 \cdot 1.25 = 28;\ M = 28 \text{ г/моль}.$$

Так как близкая по численному значению молярная масса, равная 28 г, соответствует лишь формуле $C2H4$, то именно эта формула является истинной.

О т в е т: химическая формула исследуемого вещества $C2H4$ (этилен).

3. Вычислите массовые доли элементов в гидроксиде натрия.

Решение.

а) Находим молярную массу гидроксида натрия:

$$M(NaOH) = 23 + 16 + 1 = 40;\quad M(NaOH) = 40 \text{ г/моль}.$$

б) Вычисляем массовую долю натрия:

$$W(Na) = 23/40 = 0.575 \text{ масс. д., или } 57{,}5\%.$$

в) Вычисляем массовую долю кислорода:

$$W(O) = 16/40 = 0{,}4 \text{ масс. д., или } 40\%.$$

г) Вычисляем массовую долю водорода:

$$W(H) = 1/40 = 0{,}025 \text{ масс. д., или } 2{,}5\%.$$

Д) Проверяем правильность вычисления:

$$0{,}575 + 0{,}4 + 0{,}025 = 1{,}00 (\text{ в массовых долях});$$

$$57{,}5 + 40 + 2{,}5 = 100 \text{ (в \%)}.$$

О т в е т : Элементный состав $NaOH$ следующий: массовая доля натрия – 0,575 (или 57,5%), массовая доля кислорода – 0,4 (или 40%) и массовая доля водорода – 0,025 (или 2,5%).

П р и м е ч а н и е. Содержание водорода можно также вычислить по разности:

$W(Na) + W(O) = 0{,}575 + 0{,}4 = 0{,}975$ масс. д., или 97,5%;

$W(H) = 1{,}0 - 0{,}975 = 0{,}025$ масс. д., или 2,5%;

$W\%(Na) + W\%(O) = 57{,}5 + 40 = 97{,}5$;

$W\%(H) = 100 - 97{,}5 = 2{,}5$.

4.Какой объем воды потребуется для разбавления 200 мл раствора (***р*** = 1,4 г/см), содержание $HNO3$ в котором в массовых долях составляет 68%, чтобы получить раствор с содержанием $HNO3$, равным10 %?

О т в е т : требуется прилить 1624 мл воды.

5. Из 140 т жженой извести получили 182 т гашеной извести. Сколько процентов это составляет от теоретически возможного выхода?

О т в е т : практический выход составляет 98,38%.

Модель урока.

Тема: «Решение задач.
Задачи на проценты, предлагаемые на уроках физики».

Цель: рассмотреть задачи на проценты, встречаемые на уроках физики.

1.Груз массой 15 кг равномерно перемещают по наклонной плоскости, прикладывая при этом силу в 40 Н. Чему равно КПД наклонной плоскости, если длина ее 1.8 м, а высота – 30 см?

Решение:

$\eta=(Aп/A)\cdot 100\%$

Полезная (затраченная) работа Аз=F*l*.

Полезная работа Ап=Fтяж·h

Fтяж=gm; Fтяж=9,8 Н/кг·15кг=150 Н

Ап=150 Н·0,3м=45 Дж; Аз=40 Н·1,8м=72 ДЖ.

η = (45Дж/72Дж)·100%=62,5%

О т в е т : 62,5%

2. На коротком плече рычага подвешен груз массой 100кг. Для его подъема к длинному плечу приложили силу 250 Н. Груз подняли на высоту **h1** = 0.08 м, при этом точка приложения движущей силы опустилась на высоту **h2** = 0.4 м.

Найти КПД рычага.

О т в е т: КПД рычага 78,4%.

3. Какую работу совершает электродвигатель за 1 ч, если сила тока в цепи электродвигателя 5А, напряжение на его клеммах 220 В? КПД двигателя 80%.

О т в е т: 3168 кДж.

4. Двигатель насоса, развивая мощность **N** = 25 кВт, поднимает **V** = 100 м³ нефти на высоту **h** = 6 м за **t** = 8 мин. Найти КПД двигателя.

N = 25 кВт = 2,5 × 10³Вт;	**V**—объем нефти;
V = 100 м³;	**p** – плотность нефти;
P = 800 кг/м³;	**g** – ускорение свободного падения;
h = 6 м;	**ή** = КПД двигателя;
t = 8 мин = 480 сек;	**Апол** – полезная работа;
g = 9,8 м/с;	**Азатр** – вся работа, произведенная двигателем;
ή -- ?;	**ή = Апол /Азатр**×100%.

Апол = ΔП = mgh, где **ΔП** – изменение потенциальной энергии нефти при подъеме на высоту h.

p = m / v ⇒ m = p×V и **Апол = p × V × g × h**, где **m** – масса нефти.

Азатр = Nt. Затраченная работа -- это работа, совершаемая двигателем за время **t**, который развивает мощность **N**. По определению мощности

N = Азатр / t; Азатр = Nt.

Подставим значения **Апол** и **Азатр** в формулу

$$\eta = \frac{P \times V \times g \times h}{N \times t} \times 100\%;$$

КПД:

$$[h] = \left[\frac{кг \times м^3 \times м \times м}{м^3 \times Вт \times с^2 \times с} \times \% \right] = \left[\frac{Н \times м}{\frac{Дж}{с} \times с} \times \% \right] = \left[\frac{Дж}{Дж} \% \right] = [\%].$$

КПД не имеет единицы измерения, может выражаться в %.

$$\eta = \frac{800 \times 100 \times 9,8 \times 6 \times 10^2}{25000 \times 480} = \frac{8 \times 6 \times 9,8 \times 10^4}{25 \times 48 \times 10^4} \times 10^2 = 39,2\%.$$

О т в е т: КПД двигателя 39,2%.

Модель урока.

Тема: ***« Задачи на процентный прирост и вычисление сложных процентов».***

Цель: познакомить с задачами на процентный прирост и с формулой вычисления сложных процентов.

Решение задач на процентный прирост и вычисление «сложных процентов» основано на использовании следующих понятий и формул. Пусть некоторая переменная величина **A**, зависящая от времени **t**, в начальный момент **t** = 0 имеет значение **A0**, а в некоторый момент времени **t1** имеет значение **A1**. Абсолютным приростом величины **A** за время **t1** называется разность **A1 – A0**, относительным приростом величины **A** за время **t1** – отношение **(A1-A0)/A0** и процентным приростом величины **A** за время **t1** –величина

$$((A1-A0)/A0)\cdot 100\%.$$

Обозначая процентный прирост величины **A** через ***p***%, получаем следующую формулу, связывающую значения **A0, A1** и процентный прирост ***p***:

$$((A1-A0)/A0)\cdot 100\% = p\%$$

Запись последней формулы в виде:

$$A1 = A0\,(1+p/100) = A0 + A0 \times p/100$$

Позволяет по известному значению **A0** и заданному значению ***p*** вычислить значение **A** в момент времени **t1**.

Пусть теперь известно, что далее при **t > t1** величина **A** имеет процентный прирост ***p%***. Тогда в момент времени **t2 = 2×t1** значение величины **A2 = A(t2)** , будет равно

$$A2 = A1(1+p/100) = A0(1+p/100)^2 .$$

В момент времени **t3 = 3×t1** значение величины **A3 = A(t2)** есть:

$$A3 = A2(1+p/100) = A0(1+p/100)^3 ;$$

В момент времени **n×t1**:

$$An = A0(1+p/100)^n.$$

Если за время **t1** (на «первом этапе») величина **A** изменилась на ***p1%***, на «втором этапе» (то есть за время **t2 – t1 = t**) – на ***p2%***, на «третьем этапе» (то есть время **t3 – t2 = t1**) – на **p3**% и т.д., то значение величины **A** в момент **tn = n × t1** вычисляется по формуле:

$$An = A0\,(1 + p1/100)\,(1 + p2/100)\ldots(1 + pn/100).$$

П р и м е р 1. Предприятие работало три года. Выработка продукции за второй год работы предприятия возросла на **p**%, а на следующий год она возросла на 10% больше, чем в предыдущий. Определить, на сколько процентов увеличилась выработка за второй год, если известно, что за два года она увеличилась в общей сложности на 48,59%.

Решение

Обозначим количество продукции, произведенной за первый, второй и третий годы работы предприятия, через **A1, A2** и **A3** соответственно. По условию задачи за второй год процентный прирост составил ***p***%, а за третий год – (***p*** + 10)%. В соответствии с определением процентного прироста эти условия дают два уравнения:

$$((A2 - A1)/A1)\cdot 100\% = p\%,\quad ((A3 - A2)/A2)\cdot 100\% = (p + 10)\%.$$

По условию задачи также известно, что за два года производство выросло на 48,59%, то есть в третий год предприятие производило на 48,59% продукции больше, чем в первый год. Это условие можно записать в виде уравнения:

$$((A3 - A1)/A1)\cdot 100\% = 48{,}59\%.$$

Запишем полученные уравнения в виде следующей системы:

$$A2 = A1(1 + (p/100)),$$
$$A3 = A2(1 + ((p + 10)/100)),$$
$$A3 = A1(1 + (48.59/100)).$$

Умножая первое уравнение на второе, получаем:

$$A3 = A1(1 + p/100))(1 + ((p + 10)/100)).$$

Из полученного уравнения и третьего уравнения системы получаем уравнение для отыскания неизвестной величины p:

$$(1 + (p/100))(1 + ((p + 10)/100)) = 1 + 48.59/100 \Rightarrow p^2 + 210p - 3859 = 0.$$

Корни последнего квадратного уравнения: **p1** = 17, **p2** = 227.

По смыслу задачи подходит первый корень **p1** = 17.

О т в е т: 17 %.

2.Сберкасса начисляет ежегодно 3% от суммы вклада. Через сколько лет внесенная сумма удвоится?

О т в е т: Приблизительно через 33 года.

3.Население города ежегодно увеличивается на 1/50 наличного числа жителей. Через сколько лет население утроится?

О т в е т: Приблизительно через 55 лет.

4.В букинистическом магазине антикварное собрание сочинений стоимостью 350000 руб. уценивали дважды на одно и то же число процентов. Найти это число, если известно, что после двойного снижения цен собрание сочинений стоит 283 500 рублей.

О т в е т: 10%.

5.Известно, что вклад, находящийся в банке с начала года, возрастает к концу года на определенный процент (свой для каждого вклада). В начале года 5/6 некоторого количества денег положили в первый банк. К концу года сумма этих вкладов стала равной 670 ден. Ед., к концу следующего года – 749. Было подсчитано, что если бы первоначально 5/6 исходного количества денег положили во второй банк, а оставшуюся часть – в первый, то по истечении одного года сумма вкладов в эти банки стала бы равной 710 денежным единицам. В предположении, что исходное количество денег первоначально целиком положено в первый банк, определить величину вклада по истечении двух лет.

Решение

Обозначим через х ден. Ед. первоначальную сумму денег, через α -- процент, на который возрастает сумма за год в первом банке, а через β -- процент, на который возрастает сумма за год во втором банке. К концу первого года сумма вклада в первом банке стала равной:

$$5/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \alpha/100);$$

во втором банке:

$$1/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \beta/100),$$

а к концу второго года соответственно:

$$5/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \alpha/100)^2 \text{ и } 1/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \beta/100)^2$$

Из условия задачи имеем, что сумма вкладов к концу первого года составляет 670 ден. Ед., а к концу второго года – 749, поэтому имеем:

$$5/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \alpha/100) + 1/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \beta/100) = 670, \qquad (1)$$

$$5/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \alpha/100)^2 + 1/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \beta/100)^2 = 749, \qquad (2)$$

Если во второй банк положить 5/6**х** ден. Ед., а в первый банк 1/6**х**, то сумма вкладов к концу года составила бы:

$$5/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \beta/100) + 1/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \alpha/100),$$

что равнялось бы 710 ден. Ед. Поэтому:

$$5/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \beta/100) + 1/6\cdot\mathbf{x}\cdot(1 + \alpha/100) = 710. \qquad (3)$$

Для нахождения ответа в задаче надо из системы трех уравнений (1), (2) и (3) найти две неизвестные **х** и α.

Для этого поступим следующим образом. Уравнения (1) и (3) перепишем так:

$$5(1 + \alpha/100) + (1 + \beta/100) = (6 \times 670)/\mathbf{x},$$

$$(1 + \alpha/100) + 5(1 + \beta/100) = (6 \times 710)/\mathbf{x}.$$

Из получившейся системы уравнений найдем, что

$$1 + \alpha/100 = 660/\mathbf{x},\ 1 + \beta/100 = 720/\mathbf{x}.$$

Подставляя 660/**х** вместо $1 + \alpha/100$ и 720/**х** вместо $1 + \beta/100$ в уравнение (2), приходим к уравнению:

$$5/6\cdot\mathbf{x}\cdot(660/\mathbf{x})^2 + 1/6\cdot\mathbf{x}\cdot(720/\mathbf{x})^2 = 749,$$

имеющему единственный корень **х** = 660, и тогда $1 + \alpha/100 = 660/600 = 1{,}1$. Если исходное количество денег положить на два года в первый банк, то к концу второго года величина вклада составит:

$$\mathbf{x}\cdot(1 + \alpha/100)^2 = 600 \cdot 1.1^2 = 726 \text{ ден. Ед.}$$

О т в е т: 726 ден. Ед.

Модель урока

“Задачи на концентрацию и процентное содержание”

Урок является первым в модуле “Задачи на концентрацию и процентное содержание”.
Цели: сформировать умение работать с законами сохранения массы, обеспечить усвоение учащимися понятий концентрации вещества, процентного содержания раствора; обобщить полученные знания при решении задач на проценты.

I. **Проверка домашнего задания.**
II. **Изучение нового материала.**

Лекция учителя.

Задачи на концентрацию и процентное содержание – это различные задачи на составление смесей, растворов и сплавов нескольких веществ.

Введем основные понятия и допущения, которые принимаются в задачах подобного рода.

1. Все получающиеся сплавы и смеси однородны.
2. При слиянии двух растворов, имеющих объёмы V_1 и V_2 получается смесь, объём которой равен $V_1 + V_2$, т.е. $V = V_1 + V_2$.

Такое допущение не представляет собой закона физики и не всегда выполняется в действительности, это представляет собой соглашение, принимаемое при решении таких задач. На самом деле при смешении двух растворов не объём, а масса равняется сумме масс составляющих её компонент.

Рассмотрим смесь трёх компонент A, B, C. Объём смеси V складывается из объёмов чистых компонент: $V = V_A + V_B + V_C$, а три отношения

$$C_A = \frac{V_A}{V}; \qquad C_B = \frac{V_B}{V}; \qquad C_C = \frac{V_C}{V}.$$

Показывают, какую долю полного объёма смеси составляют объёмы отдельных компонент.

Отсюда получаем:

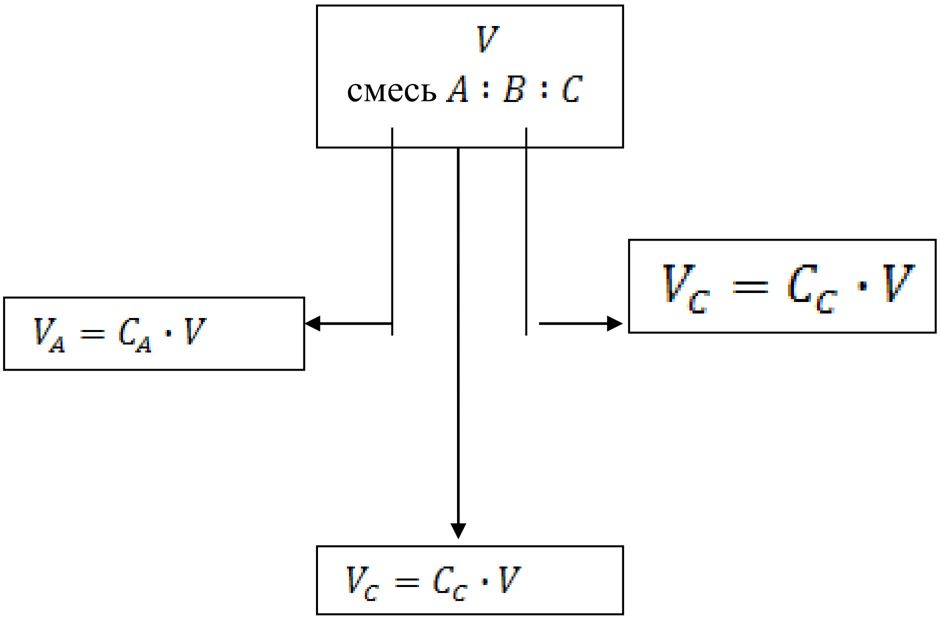
$$V_A = C_A \cdot V; \qquad V_B = C_B \cdot V; \qquad V_C = C_C \cdot V.$$

Отношения объёма чистой компоненты в растворе ко всем объёму смеси называется объёмной концентрацией этой компоненты.

Например: $C_A = \frac{V_A}{V} = \frac{V_A}{V_A + V_B + V_C}$.

Сумма концентраций всех компонент, составляющих смесь, равна единице $C_A + C_B + C_C = 1$.

Показывается заранее заполненная схема:



Объёмным процентным содержанием компоненты A называется величина: $p = C_A \cdot 100\%$, т.е. концентрация этого вещества, выраженная в процентах.

Если известно процентное содержание вещества A, то его концентрация находится по формуле: $C_A = \frac{p_A}{100}$.

Так например, если процентное содержание составляет 20%, то соответствующая концентрация этого вещества равна 0,2 и т.д.

Таким же способом определяется массовая концентрация и процентное содержание, а именно как отношение массы чистого вещества A в сплаве к массе всего сплава.

О какой концентрации, объёмной или массовой, идёт речь в конкретной задаче, всегда видно из условия.

III. Закрепление полученных знаний. Решение задач.

Процесс усвоения строится с учётом поэтапного усложнения задач.

Задача 1. Сканави. №13.289.

Имеются два сплава, состоящих из цинка, меди, олова. Первый сплав содержит 40% олова, а второй – 26% меди. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаково. Сплавив 150 кг первого сплава и 250 кг второго, получили новый сплав, в котором будет 30% цинка. Определить сколько килограммов олова содержится в новом сплаве.

	I сплав	II сплав	Новый сплав
	150 кг	250 кг	
Цинк	$p_{\text{цинка}}$	$p_{\text{цинка}}$	30%
Медь		26%	
Олово			? кг

Условие задачи в ходе анализа оформляется в таблицу.

Таблицу следует заготовить заранее и заполнять по ходу решения.

	I сплав	II сплав	Новый сплав
	150 кг	250 кг	400 кг
Цинк	y кг $p_{цинка}$ $y = 45$	$p_{цинка}$ $(120 - y)$ кг 75 кг	30% $\frac{30}{100} \cdot 400 = 120$ кг
Медь		26% $\frac{26}{100} \cdot 250 = 65$ кг	
Олово	40% $\frac{40}{100} \cdot 150 = 60$ кг	$(x - 60)$ кг	? кг x кг

Пусть x **кг** - количество олова, содержащегося в получившемся новом сплаве, тогда y **кг** – количество цинка, содержащегося в первом сплаве.

$(120 - y)$кг - цинка во втором сплаве.

Так как процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаково, то:

$$p_{цинка} = C_{цинка} \cdot 100\% = \frac{M_{цинка}}{M_{сплава}} \cdot 100\%$$

$$\frac{y}{150} \cdot 100 = \frac{120 - y}{250} \cdot 100$$

Решая уравнение получаем: $y = 45$.

$M_{олова} = C_{олова} \cdot M = \frac{p_{олова}}{100} \cdot 150 = \frac{40}{100} \cdot 150 = 60$ кг - олова в первом сплаве.

$(x - 60)$ кг – олова во втором сплаве.

$M_{меди} = C_{меди} \cdot M = \frac{p_{меди}}{100} \cdot 250 = \frac{26}{100} \cdot 250 = 65$ кг - меди во втором сплаве.

$120 - 45 = 75$ кг - цинка во втором сплаве.

Так как второй сплав весит 250 кг, то:

$x - 60 + 65 + 75 = 250;$

$x = 170.$

Значит, 170 кг олова содержится в новом сплаве.

Ответ: 170 кг.

Задача 2.

Имеется два куска сплава олова и свинца, содержащие 60% и 40% олова. По сколько граммов от каждого куска надо взять, чтобы получить 600 г сплава, содержащего 45% олова?

Учащиеся решают самостоятельно, один из учеников комментирует решение.

Например.

Пусть x **г** – масса куска взятого от первого сплава; $(600 - x)$**г** - масса куска от второго сплава.

Концентрация олова в первом куске:

$C_{олова} = \frac{60}{100} = 0{,}6.$

Концентрация олова во втором куске:

$C_{олова} = \frac{40}{100} = 0{,}4.$

Концентрация олова в сплаве:

$C_{олова} = \frac{45}{100} = 0{,}45.$

Так как $M_I + M_{II} = M_{сплава}$, то составим уравнение:

$x \cdot 0{,}6 + (600 - x) \cdot 0{,}4 = 600 \cdot 0{,}45;$

$0{,}6x + 240 - 0{,}4x = 270;$

$0{,}2x = 30;$

$x = 150.$

Значит, от первого куска надо взять 150 г.

$600 - 150 = 450$ г - надо взять от второго куска. Ответ: 150 г; 450 г.

IV. Итоги занятия.

По записям на доске повторить формулы, по которым рассчитываются концентрация смеси и сплава.

Задание на дом: сборник задач по математике под редакцией Сканави №13.041 (2балла), №13.045 (2балла), №13.319 (4балла); формулы наизусть.

На следующих уроках проходит углубление и систематизация знаний при решении задач на “смеси” и “сплавы”

Модель урока.

Тема: *«Задачи на концентрацию и процентное содержание».*

Цель: «познакомить с формулами, на которых основано решение задач на концентрацию и процентное содержание».

Решение задач на концентрацию и процентное содержание основано на использовании следующих понятий и формул.

Пусть даны три следующих вещества ***A, B*** и ***C*** с массами ***Ma, Mb*** и ***Mc***. Масса смеси, составленной из этих веществ, равна ***Ma + Mb + Mc***.

Массовой концентрацией вещества ***A*** в смеси называется величина *ca*, вычисляемая по формуле:

$$ca = \frac{Ma}{Ma + Mb + Mc}.$$

Соответственно массовые концентрации веществ **B** и **C** в этой смеси вычисляются по формулам:

$$cb = \frac{Mb}{Ma + Mb + Mc}, \quad cc = \frac{Mc}{Ma + Mb + Mc}.$$

Массовые концентрации ***ca, cb*** и ***cc*** связаны равенством

$$ca + cb + cc = 1.$$

Процентными содержаниями вещества **A, B, C** в данной смеси называются величины ***pa%, pb%*** и ***pc%*** соответственно, вычисляемые по формулам:

$$pa\ \% = ca \cdot 100\ \%,\ pb\ \% = cb \cdot 100\ \%,\ pc\ \% = cc \cdot 100\ \%.$$

По аналогичным формулам вычисляются концентрации веществ в смеси и для случая, когда число различных смешиваемых веществ (компонент) равно двум, четырем, пяти и т.д.

Объемные концентрации веществ в смеси определяются такими же формулами, как и массовые концентрации, только вместо масс компонент ***Ma, Mb*** и ***Mc*** в этих формулах будут стоять объемы компонент ***Va, Vb*** и ***Vc***. В тех случаях, когда речь идет об объемных концентрациях, обычно предполагается, что при смешивании веществ объем смеси будет равен сумме объемов компонент. Это предположение не является физическим законом, а представляет собой соглашение, принимаемое при решении задач на объемную концентрацию.

П р и м е р 1. В сосуд емкостью 6л налито 4л 70%-ного раствора серной кислоты. Во второй сосуд той же емкости налито 3л 90%-ного раствора серной кислоты. Сколько литров раствора нужно перелить из второго сосуда в первый, чтобы в нем получился **r%**-ный раствор серной кислоты? Найти все значения **r**, при которых задача имеет решение.

Решение

Обозначим через **x**л объем 90%-ного раствора серной кислоты, который переливается из второго сосуда в первый. В этом объеме содержится 9**x**/10л чистой (100%-ной) серной кислоты. Первоначально в первом сосуде объем чистой серной кислоты был равен (7/10) · 4 л. После того как в первый сосуд долили **x**л 90%-ного раствора серной кислоты, в нем будет содержаться (7/10) ·4 + (9/10) · **x** л чистой серной кислоты. Используя определение объемного процентного содержания, в соответствии с условием задачи получаем уравнение:

$$\frac{\frac{\mathbf{7}}{\mathbf{10}}\times\mathbf{4}+\frac{\mathbf{9}}{\mathbf{10}}\times x}{x+\mathbf{4}}\times\mathbf{100}\%=r\%.$$

Решая это уравнение, находим величину перелитого объема:

$$x=\frac{4\times(r-70)}{90-r}.$$

Остается выяснить, при каких значениях **r** задача имеет решение. Из условия задачи, очевидно, что количество доливаемого раствора не может превысить 2л, так как объем первого сосуда равен 6л, то есть 0 <**x**<2. Используя найденное значение для **x**, получим ограничения на **r**:

$$\mathbf{0}\le\frac{\mathbf{4}(r-\mathbf{70})}{\mathbf{90}-r}\le\mathbf{2}.$$

Решая данное неравенство (с учетом того, что 70 ≤ **r** ≤ 90), получим 70 ≤ **r** ≤ 76 ⅔.

О т в е т: $\frac{4\times(r-70)}{90-r}$ л,

Задача имеет решение при 70 ≤ **r** ≤ 76 ⅔.

П р и м е р 2. Имеется два раствора серной кислоты в воде: первый-- 40%-ный, второй-- 60%-ный. Эти два раствора смешали, после чего добавили 5 кг чистой воды и получили 20%- ный раствор. Если бы вместо 5 кг чистой воды добавили 5 кг 80%-ного раствора, то получился бы 70%-ный раствор. Сколько было 40%-ного и 60%-ного растворов?

Решение.

Обозначим через **x** кг количество 40%-ного и через **y** кг – количество 60%-ного растворов. Если сольем **x** кг 40%-ного раствора, **y** кг 60%-ного раствора и 5 кг чистой воды, то получим раствор весом в (**x** + **y** + 5) кг, который по условию содержит 20% кислоты. Поскольку в **x** кг 40%-ного раствора находится 0,4 кг кислоты, а в **y** кг 60%-ного раствора находится 0,6 кг кислоты, то в (**x** + **y** + 5) кг находится (0,4**x** + 0,6**y**) кг кислоты, что составляет 20% от (**x** + **y** + 5) кг, то есть, имеем уравнение:

$$0{,}4\mathbf{x} + 0{,}6\mathbf{y} = 0{,}2(\mathbf{x} + \mathbf{y} + 5).$$

Если вместо 5 кг воды добавить 5 кг 80%-ного раствора, то получим раствор весом (**x** + **y** + 5) кг, в котором будет (0,4**x** + 0,6**y** + 4) кг кислоты, что составляет 70% от (**x** + **y** + 5) кг, то есть, имеем уравнение:

$$0{,}4\mathbf{x} + 0{,}6y + 4 = 0{,}7(\mathbf{x} + \mathbf{y} + 5).$$

Итак, для нахождения **x** и **y** получили систему уравнений:

$$\begin{cases} \mathbf{0{,}4}x + \mathbf{0.6}y = \mathbf{0.2}(x + y + \mathbf{5}), \\ \mathbf{0.4}x + \mathbf{0.6}y + \mathbf{4} = \mathbf{0.7}(x + y + \mathbf{5}), \end{cases}$$

которую можно записать в виде:

$$\begin{cases} x + \mathbf{2}y = \mathbf{5}, \\ \mathbf{3}x + y = \mathbf{5}. \end{cases}$$

Решением этой системы является пара чисел **x** =1 и **y** = 2. Следовательно, было 1 кг 40%-ного и 2 кг 60%-ного растворов серной кислоты.

О т в е т: 1 кг 40%-ного и 2 кг 60%-ного растворов.

1. Имеется кусок сплава меди с оловом общей массой 12 кг, содержащий 45% меди. Сколько чистого олова надо добавить к этому куску сплава, чтобы получившийся новый сплав содержал 40% меди?

О т в е т: 1,5 кг.

2. Имеются два слитка сплавов меди и олова. Первый весит 3 кг и содержит 40% меди, второй весит 7 кг и содержит 30% меди. Какого веса нужно взять куски этих слитков, чтобы после их совместной переплавки получить 8 кг сплава, содержащего **r**% меди? найти все значения **r**, при которых задача имеет решение.

О т в е т: $\frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}r - \mathbf{24}$; $\mathbf{32} - \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{5}}r$; $\frac{\mathbf{125}}{\mathbf{4}} \le r \le \frac{\mathbf{135}}{\mathbf{4}}$.

3. В двух сосудах находился раствор вещества различной концентрации, причем в первом сосуде на **m** литров меньше, чем во втором. Из каждого сосуда взяли одновременно по **n** литров и взятое из первого сосуда перелили во второй, а взятое из второго – в первый. После этого концентрации растворов в обоих сосудах стали одинаковыми. Найти, сколько литров раствора было в каждом сосуде.

О т в е т: $\frac{\mathbf{2}n - m + \sqrt{m^2 + \mathbf{4}n^2}}{\mathbf{2}}$; $\frac{\mathbf{2}n + m + \sqrt{m^2 + \mathbf{4}n^2}}{\mathbf{2}}$.

4. Даны три различных соединения железа. В каждом кубическом сантиметре ($см^3$) первого соединения содержится на 3/20г железа меньше, чем в каждом $см^3$ второго соединения, а в каждом $см^3$ третьего соединения – в 10/9 раза больше, чем в каждом $см^3$ первого соединения. Кусок третьего соединения, содержащий 1г железа, имеет объем на 4/3 см больший, чем кусок второго соединения, также содержащий 1г железа. В каком объеме третьего соединения содержится 1г железа?

У к а з а н и е: воспользоваться формулой **m = pV**, связывающей массу, плотность и объем вещества.

О т в е т: в объеме 4 $см^3$.

5. Имеются два сплава, состоящих из цинка, меди и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, а второй – 26% меди. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаково. Сплавив 150г первого сплава и 250г второго, получим новый сплав, в котором будет 30% цинка. Определить, сколько килограммов олова содержится в новом сплаве.

Решение.

Обозначим через **x** кг количество олова, содержащегося в получившемся новом сплаве, а через **y** кг – количество цинка, содержащегося в первом сплаве. Так как получившийся новый сплав весит 400 кг и в нем 30% цинка, то он содержит цинка (400/100) 30 = 120кг, а тогда во втором сплаве цинка (120 – **y**) кг. По условию задачи процентное содержание цинка в первом и втором сплавах одинаково, поэтому имеем:

$$(y/150)\cdot 100=((120-y)/250)\cdot 100$$

Из этого уравнения находим, что **y** = 45. Поскольку первый сплав содержит 40% олова, то в 150 кг первого сплава олова будет (40/100) · 150 = 60 кг, а во втором сплаве олова будет (**x** – 60) кг. Поскольку второй сплав содержит 26% меди, то во втором сплаве меди будет (250/100) ·26 = 65 кг. Во втором сплаве олова содержится (**x** – 60) кг, цинка 120 – 45 = 75 кг, меди 65 кг и, так как все это весит 250 кг, то имеем **x** – 60 + 75 + 65 = 250, откуда **x** = 170.

О т в е т: 170 кг.

6. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 30% никеля и 70% меди, второй – 10% меди и 90% марганца, третий – 15% никеля, 25% меди и 60% марганца. Из них необходимо приготовить новый сплав, содержащий 40% марганца. Какое наименьшее и какое наибольшее процентное содержание меди может быть в этом новом сплаве?

О т в е т: 40 %; 43⅓ %.

Модель урока.
Тема: *«Что, значит, жить на проценты?»*.

Цель: объяснить, что значит, жить на проценты, что такое доходность. Создать инициативные группы для проведения исследований по проблеме «Лучший вклад на сегодня».

Сегодня многие учреждения предлагают потребителям сберегательные услуги, которые выглядят как заманчивая альтернатива «чулку». Если у вас есть сбережения, то непременно приходится решать вопрос – куда вложить деньги, как их сохранить, или преумножить.

Можно выбрать:

-- стратегию ликвидности – деньги вкладываются так, чтобы можно было получить их обратно в случае необходимости;

-- стратегию доходности – деньги вкладываются с целью спасения их от инфляции и получения дохода от них.

С точки зрения «процентов» для нас представляет интерес стратегия доходности.

Доходность.

Надо с настороженностью и пониманием относиться к многочисленным рекламным объявлениям, обещающим большие проценты на вклад, которые, к сожалению, не всегда корректны. А все дело в том, что процент можно считать по-разному.

Принято различать простые и сложные проценты. Предположим, вы положили в банк 100 000 руб. с условием, что на ваш вклад будут начисляться ежемесячно 10%, которые вы сможете получать все сразу в конце года. Если банк начисляет каждый месяц по 10000 руб., то речь идет о простых процентах. Если за первый месяц начислено 10 000 рублей, за второй 11 000 руб. (10% от 110 000 рублей – суммы первоначального вклада и процентов за предыдущие месяцы), за третий – 12 100 руб. и т.д. – то речь идет о сложных процентах.

Формула расчета сложных процентов выглядит так:

$$\mathbf{(1+X)^{12}-1=Y} \qquad (1)$$

и

$$\sqrt[12]{\mathbf{1}+Y}-\mathbf{1}=X, \qquad (2)$$

где **X** – величина месячных процентов (в десятичной форме, то есть величина процентов, поделенная на 100), **У** – величина годовых процентов (в десятичной форме).

З а д а ч а 1. Банк обещает выплатить 10% на сумму вклада ежемесячно. Сколько процентов за год реально сможет получить вкладчик?

Решение

Сумма вклада будет составлять после:

1 месяца (1000 + 1000 · 0,1) руб. = 1000 · 1,1 руб. = 1100 руб.

2месяцев (1100 + 1100 · 0,1) руб. = 1000 · $(1,1)^2$ = 1210 руб.

……………………………………………………………………..

12 месяцев 1000 · $(1,1)^{12}$ = 3138,4 руб.

Вклад ежемесячно увеличивается в 1,1 раза. Следовательно, за 12 месяцев он увеличится в $(1,1)^{12}$ = 3,1384 раза, что составляет прирост на 214% или по формуле (2):

$$(1 + 0,1)^{12} - 1 = 2,14,$$

где **X** = 0.1 и **Y** = 2.14.

О т в е т: 214%.

З а д а ч а 2. Банк начисляет проценты раз в квартал в размере 30% на вклад. Сколько процентов годовых получит вкладчик, если он не забирает деньги в течение одного года?

Решение.

Так как вклад ежеквартально увеличивается в 1,3 раза, то за четыре квартала он увеличится в 1,3 раза, то за четыре квартала он увеличится в $(1,3)^4$ =2,8561 раза, что составляет прирост на 186%, или, используя формулу (2) для сложных процентов:

$$(1+0,3)^4 - 1=1,86.$$

О т в е т: 186%.

З а д а ч а 3. Банк обещает 120% в год с выплатой в конце года. Сколько процентов ежемесячно начисляет банк?

Решение. Так как в данном случае **Y**= 120%=1,2, то получим $\sqrt[12]{(1+1,2)} - 1 = 0,068 = 6,8\%$, а не 10% (120/12) , как следовало бы ожидать в случае простых процентов.

О т в е т: 6,8%.

З а д а ч а 4. Что выгодней: 20% годовых в валюте или 140% годовых в рублях?

Решение.

Предположим, что мы делаем одновременно два вклада сроком на один год. Для простоты положим, что вкладываем 1 долл. и 5000 руб. Через год по первому вкладу получим 1,2 долл. (вклад + проценты по нему), по второму – 12000 руб. Эти вклады будут равноценными, если курс рубля по отношению к доллару составит 10000 руб. за доллар (12000 / 1,2). Это означает, что доллар должен вырасти за год в 2 раза, то есть на 100%, то есть курс доллара по отношению к рублю растет приблизительно на 5,76 % в месяц $(\sqrt[12]{2})$ или исходя из курса 5000 руб/долл на 288 руб. за один доллар в месяц.

Следуя данной методике расчета, очевидно, что в 1995 году рублевый вклад был однозначно выгодней, т. к. за счет введения валютного коридора курс доллара по отношению к рублю изменился за год приблизительно на 30 %. А как обстоит дело сейчас, вы ответите сами на этот вопрос сами.

Пользуясь этой методикой и собственной оценкой тенденции соотношения рубля и доллара, вы сможет оценить преимущество вклада в рублях или в валюте.

- 1 этап проекта: « Лучший вклад на сегодня».

Формирование инициативной группы для проведения исследования по проблеме.

-2 этап проекта: «Лучший вклад на сегодня». Самостоятельная работа.

Посетите ближайшую сберкассу. Выпишите всевозможные вклады, предлагаемые банком. Постарайтесь выяснить какой вклад выгоднее, для вклада, например, 300000 рублей (сумму вклада для разных вариантов можно изменить).

Модель урока.

Тема: *«Цепные вклады».*

Цель: познакомить с понятием цепных вкладов.

Так как в наше время на длительный срок (порядка года и более), ввиду непредсказуемости ситуации в стране, вклады в финансовые учреждения делать неблагоразумно, то повсеместно практикуется размещение средств на краткосрочном вкладе (до полугода) с неоднократным переоформлением вклада по истечением сроков. Например, вместо вклада на год делается вклад на три месяца. Затем вклад и проценты по нему вносятся вновь на трехмесячный вклад и т. д. Такой вклад принято называть цепным.

Как правило, банки устанавливают стандартные ставки, то есть ставки, по которым годичный вклад по стандартным условиям (проценты начисляются раз в год и присоединяются к вкладу) приносит такой же доход, как и цепной вклад.

Но иногда банки так устанавливают ставки, что по цепному вкладу за год доход получается больше, чем по годовому. Задачей вкладчика и является выбрать вариант, по которому выгоднее вложить средства.

З а д а ч а 5. Что выгоднее – трехмесячный вклад под 90% годовых, шестимесячный под 105 % или годовой под 120%?

Решение

При такой постановке задачи мы должны сравнить наш доход за год.

а) четыре трехмесячных вклада:

- коэффициент увеличения вклада за три месяца:

$$k = \frac{90\% \times 3}{12 \times 100\%} + 1 = 1{,}225,$$

- коэффициент увеличения вклада за год равен коэффициенту увеличения вклада за срок вклада, возведенному в степень, равную кратности цепного вклада (в нашем случае она равна 4 (см. задачу 2 данного раздела)):

$$K = k^4 = \mathbf{(1{,}225)^4 = 2{,}25},$$

- то есть, за год мы получим:

(2,25 – 1) · 100% = 125% годовых;

б) два шестимесячных вклада:

- коэффициент увеличения вклада за шесть месяцев:

$$\boldsymbol{k = \frac{105\% \times 6}{12 \times 100\%} + 1 = 1.525,}$$

- то есть за год мы получим:

$[(1.525)^2 - 1] \cdot 100\% = 133\%$ годовых.

Таким образом, по банковским ставкам, приведенным в данной задаче, наиболее выгодным оказывается цепной вклад на шесть месяцев (133% годовых), затем вклад четыре по три месяца (125% годовых) и, наконец, наименее выгодный – годовой вклад по 120%.

Аналогичным образом можно рассчитать стандартные ставки цепных вкладов при любых конкретных ставках банков, то есть необходимо рассчитать все возможные варианты цепных вкладов и сравнить стандартные ставки для всех вариантов цепных вкладов, и если существующие ставки позволяют по цепным вкладам получить больший доход, то выгоднее вместо длительных вкладов делать краткосрочные с последующим их переоформлением.

(3 этап проекта: «Лучший вклад на сегодня»

Обсуждение полученных результатов исследований групп с учителем. Подготовка к защите проекта.)

Государственные краткосрочные облигации (ГКО).

Во всем мире одним из наиболее надежных способов вложения денег является приобретение ценных государственных бумаг. В настоящее время у нас в стране появились бумаги, которые выглядят наиболее привлекательными и заслуживающими внимание. Это – государственные краткосрочные облигации (ГКО). Что же такое ГКО?

Государство продает эти ценные бумаги дешевле номинала (со скидкой – дисконтом), а через определенное время погашает – но уже по номиналу. Разница между номиналом облигации и ценой покупки и является доходом вкладчика.

Доходность определяется как отношение получаемого дохода к вложенным средствам, с учетом того срока, на который был сделан вклад.

Если вы затратили **А** ден. ед., а получили **В** ден. ед. за **Т** дней, то доходность в процентах годовых по ставке простого процента рассчитывается так:

$$\frac{B-A}{A}\times\frac{360}{T}\times 100\%.$$

Так, например, приобретя трехмесячную облигацию номиналом 100 000 руб. за 70 000 руб., получим доходность по ставке простого процента:

$$\frac{100\,000-70\,000}{70\,000}\times\frac{360}{90}\times 100\% = 171{,}5\% \quad \textit{годовых.}$$

Так, в 1995 год доходность по ГКО превышала банковские ставки по депозитам. Но справедливости ради, надо сказать, что по состоянию на конец 1995 года частные вкладчики могли принять участие в обращении ГКО только через уполномоченных дилеров на рынке ГКО (это – банки, списки которых не трудно раздобыть). Однако среди банков разворачивается борьба за частного вкладчика, поэтому есть надежда, что в недалеком будущем всем желающим станут, доступны услуги официальных дилеров по операциям с ГКО.

(4этап проекта: «Лучший вклад на сегодня».

Демонстрация результатов исследования. Защита проектов.)

Модель урока.

Знание проверяет компьютер.

В разделе предлагаются задачи для самостоятельного решения. Для решения задач данных уровней сложности требуется знание фактического материала и умение производить простейшие логические операции.

Формулировки задач отвечают специфике применения ЭВМ для оценки уровня подготовки по математике. Приведены три уровня сложности задач.

Данное занятие можно провести в виде игры, например, «Математик-бизнесмен».

Правила игры прилагаются.

Первый уровень

1. На сколько процентов уменьшится объем пирамиды, если уменьшить площадь ее основания на 20%?
2. На заводе 35% всех рабочих – женщины, а остальные мужчины, которых на 252 человека больше, чем женщин. Определить общее число рабочих.
3. Товар до снижения цен стоил 180 тыс. руб., а после снижения – 135 тыс. руб. На сколько процентов снижена цена товара?
4. Разделить число 650 на две части так, чтобы 80% первой части были равны 24% второй части. В ответе записать большую часть.
5. На сколько нужно увеличить число 252, чтобы 39% от него были бы равны 234?

6. Для клуба решили купить четыре баяна и три аккордеона на сумму 1 470 000 руб. После снижения цен на баян на 20% за ту же покупку уплатили 1 326 000 руб. Найти цену аккордеона (в руб.).
7. Цену изделия снизили на 10%. Затем новую цену снизили на 20%. После этих снижений цен стоимость изделия оказалась равной 72 тыс. руб. Найти первоначальную стоимость изделия.
8. На сколько процентов увеличится объем параллелепипеда, если все его измерения увеличить на 10%?
9. Кусок сплава меди с оловом весит 12 кг и содержит 45% меди. Сколько чистого олова надо прибавить к этому куску, чтобы полученный сплав содержал 40% меди?
10. Сумма цифр двузначного числа равна 12. От перестановки цифр увеличивается на 75%. Найти это число.
11. Бригада должна была выполнить заказ за 12 дней. Ежедневно перевыполняя норму на 25%, бригада за 10 дней работы не только выполнила задание, но еще изготовила сверх плана 42 детали. Сколько деталей в день изготовляла бригада?
12. Предприятие, выпустив за год 10 800 деталей, перевыполнила план на 35%. Каково было плановое задание предприятия?
13. В сплаве олова и свинца содержится 25% олова. Сколько сплава (в кг) получится из 210 кг олова?
14. Масса меди составляет 77% массы бронзы. Сколько бронзы (в кг) можно изготовить, имея 192,5 кг меди?
15. Население города за год выросло с 80 000 до 86 400 человек. Найти годовой процент прироста населения.
16. Найти число С, если известно, что 25% его равно 45% от числа 320.
17. Два цеха должны были выпустить по плану 180 станков в год. Первый цех выполнил план на 102% и поэтому оба цеха выпустили 182 станка. Сколько станков выпустил первый цех?
18. За месяц завод должен изготавливать 50 машин. План января и марта он выполнил на 110%, а в феврале изготовил 52 машины. На сколько процентов завод перевыполнил план трех месяцев?
19. Найти 20% площади правильного треугольника со стороной, равной $\mathbf{10\sqrt[4]{3}}$.
20. Задание ученика составляет 4/5 задания мастера. На сколько процентов задание мастера больше задания ученика?
21. Найти число, если известно, что 45% его равны 25% числа 576.
22. Цену товара снизили на 20%, затем новую цену снизили на 25%. На сколько процентов снизили первоначальную цену?
23. На сколько процентов уменьшится объем параллелепипеда, если длину его высоты уменьшить на 10%?
24. Найти число, зная, что 15% его составляет 20% от 19,5.
25. Найти 25% от 25.

Второй уровень

1. Найти число, 67% которого равны 164,25.
2. Масса меди составляет 77% массы бронзы. Сколько бронзы можно изготовить, имея 192,5 кг меди?
3. Цех выпускает в день 180 изделий. Сколько изделий в день будет выпускать цех, если производительность труда увеличится на 35%?
4. Магазин приобрел книги за 4325 руб. со скидкой в 13,5%. Сколько рублей стоили книги без скидки?
5. В результате увеличения производительности труда на 35% цех стал выпускать в день 243 изделия. Сколько изделий в день цех выпускал ранее?
6. Магазин приобрел книги за 360 тыс. руб. со скидкой в 25%. Сколько рублей стоили книги без скидки?

7. Найти число, если 5/9 его составляют 60% от 75.
8. Найти число, зная, что 10% его составляют 20% от 16,5.
9. Найти число, зная, что 42% его равны 12,6.
10. Чему равно 10% от 40?
11. Найти 66⅔% от 3.
12. Сколько процентов составляет 1 кг от 1 т?
13. Сколько процентов составляет 123 от 49,2?
14. Сколько процентов составляет 1 м от 25 км?
15. Сколько процентов составляет 2 от 25?
16. Найти 20% от 80.
17. Найти число, зная, что 17% его равны 59,5.
18. Найти число, если $\frac{16{,}5}{\frac{11}{45}}$ составляет 15% от него
19. Найти число, 29% которого равны ⅔ от 17,4.
20. Цех выпускал 180 изделий. После увеличения производительности труда цех стал выпускать 243 изделия. На сколько процентов увеличилась производительность труда?
21. Станок с программным управлением позволил обрабатывать в день на 25% деталей больше. Какова была норма выработки до установки нового станка, если теперь вырабатывается 20 деталей.
22. Рабочий увеличил дневную выработку на 27 деталей и стал обрабатывать 297 деталей в день. На сколько процентов увеличилась производительность труда?
23. Одно число составляет 24% от другого. Разность этих чисел равна 19. найти большее число.
24. Найти число, зная, что 12% его составляет 25% от 36,12.
25. Для изготовления 37,5 кг бронзы потребовалось 28,875 кг меди. Каково процентное содержание меди в бронзе?

Третий уровень

1. Цену товара сначала снизили на 20%, а затем новую цену снизили еще на 20% и, наконец, после пересчета произвели снижение еще на 5%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?
2. Запас сена таков, что можно ежедневно выдавать на всех лошадей 96 кг. В действительности ежедневную порцию каждой лошади смогли увеличить на 33⅓%, так как две лошади были переданы соседнему колхозу. Сколько лошадей было первоначально?
3. Цену товара сначала снизили на 20%, затем новую цену снизили еще на 15%. На сколько процентов снизили первоначальную цену товара?
4. Сколько килограммов воды нужно выпаривать из 0,5 т целлюлозной массы, содержащей 85% воды, чтобы получить массу с 75% содержанием воды?
5. Высота прямоугольника составляет 75% его основания. Найти периметр прямоугольника, зная, что его площадь равна 48 кв. см.
6. Первый станок-автомат может за 1 ч изготовить 25% всех заказанных деталей. Производительность второго станка составляет ⅔ производительности первого, а производительность первого относится к производительности третьего, как 3:1. За сколько часов будет выполнен весь заказ, если все три станка будут работать одновременно?
7. В магазин поступили учебники по физике и химии. Когда продали 50% учебников по физике и ⅙ учебников по химии, что составило в общей сложности 120 книг, то учебников по физике осталось столько же, сколько и по химии. Сколько всего учебников поступило в продажу?

8. Три бригады собрали урожай с трех полей. Площадь первого поля равна ⅖ площади всех полей, а площадь второго составляет 112,5% от площади третьего. Третье поле на 16 га меньше первого. Сколько гектаров составляют все три поля?
9. Цену товара сначала снизили на 15%, затем новую цену снизили еще на 16% и, наконец, после пересчета произвели снижение на10%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?
10. Для перевозки 60 т груза затребовали некоторое количество машин. Ввиду неисправности дороги на каждую машину пришлось грузить на 16⅔% меньше, чем предполагалось, поэтому было дополнительно затребовано четыре машины. Сколько машин затребовано первоначально?
11. Две бригады, работая одновременно, обработали участок земли на 40% быстрее, чем это сделала бы первая бригада, и на 9 ч быстрее, чем это сделала бы только вторая. За сколько часов бригады обработали поле?
12. Завод получил заказ на изготовление 200 станков. Перевыполняя план в среднем на один станок в неделю, на заводе уже за 15 недель до срока изготовили 87,5% всех станков. Сколько станков в неделю производили на заводе?
13. В первом бидоне на 10 л молока больше, чем во втором. После того как из первого бидона перелили во второй 25% молока, находящегося в первом бидоне, в обоих бидонах молока стало поровну. Сколько всего молока в двух бидонах?
14. Теплоход прошел по течению реки 96 км и столько же против течения. Некоторое время он стоял под погрузкой, затратив на весь путь 32 ч. Скорость течения реки равна 2 км/ч. Определить скорость теплохода в стоячей воде, если время погрузки составляет 37,5% от времени в пути.
15. На склад поступила пряжа трех цветов. Количество пряжи красного цвета составило ⅓ от общего количества, черного цвета – 50% от количества пряжи красного цвета, остальные 150 кг – белого цвета. Сколько всего пряжи поступило на склад?
16. В двух бидонах находится 70 л молока. Если из первого перелить во второй 12,5% молока, то в обоих бидонах молока будет поровну. Сколько литров молока в первом бидоне?
17. Цена 60 экземпляров первого тома и 75 экземпляров второго тома составляет 405 руб. Однако при 15%-ной скидке на первый том и 10%-ной скидке на второй том, пришлось заплатить всего 355 руб. 50 коп. Определить цену первого тома до скидки (в руб.).
18. В магазин поступила партия мужских и женских курток. Когда продали 50% мужских и 20% женских, что составило в общей сложности 390 курток, мужских курток осталось в три раза больше, чем женских. Сколько всего курток поступило в продажу?
19. Цену товара снизили сначала на 35%, затем новую цену снизили еще на25% и, наконец, после пересчета произвели снижение еще на 16%. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?
20. На склад поступила пряжа трех цветов. Количество пряжи красного цвета составило 36% от общего количества, белого цвета – 75% от количества пряжи красного цвета, остальные 185 кг – черного цвета. Сколько всего пряжи поступило на склад?
21. При выполнении работы по математике 12% учеников класса вовсе не решили задачи, 32% решили с ошибками, остальные 14 человек решили верно. Сколько учеников было в классе?

22. В гараже работают 54 шофера. Сколько свободных дней может иметь каждый шофер в месяц (30 дней), если ежедневно 25% машин из имеющихся 60 остаются в гараже для профилактического ремонта?
23. В трех бригадах работает 35 человек. Во второй бригаде на 100% больше рабочих, чем в первой, а в третьей на 7 человек больше, чем в первой. Сколько рабочих в первой бригаде?
24. Высота прямоугольника составляет 75% его основания. Найти периметр прямоугольника, зная, что его площадь равна 48 кв. м.
25. Завод получил заказ на изготовление 200 станков. Перевыполняя план в среднем на один станок в неделю, на заводе уже за 15 недель до срока изготовили 87,5% всех станков. Сколько станков в неделю производили на заводе?

ОТВЕТЫ

№ задания	**Первый уровень**	**Второй уровень**	**Третий уровень**
1	20	275	39,2
2	840	250	8
3	25	243	32
4	500	5000	200
5	384	180	28
6	250 000	480 000	2
7	100 000	81	320
8	33,1	33	136
9	1,5	30	35,74
10	48	4	20
11	105	2	6
12	8000	0,1	5
13	840	250	30
14	250	0,004	10
15	8	450	870
16	576	16	40
17	102	350	3
18	8	450	870
19	15	40	59,05
20	25	635	500
21	320	16	25
22	40	10	5
23	10	25	7
24	26	75,25	28
25	6,25	77	5

Приложение.

Правила игры «Математик-бизнесмен».

1. В игре участвуют две команды, каждая из которых представляет правление банка. Игроки каждой команды выбирают себе президента банка (т. е. капитана команды).
2. Президент имеет право принимать окончательное решение по данному заданию игры.
3. Командам предлагается по очереди выбирать себе задания различной стоимости в зависимости от сложности.
4. Стартовый капитал каждой команды – 500 рублей.
5. Если команда дает правильный ответ, то ее капитал увеличивается на стоимость задания. Если ответ неправильный, то:

а) капитал уменьшается на 100% стоимости задания, если другая команда дает правильный ответ;

б) капитал уменьшается на 50% стоимости задания, если другая команда не сможет ответить правильно.

6. Команда может продать свое задание сопернику или купить его задание по взаимному согласию.

7. На обдумывание задания дается от 1 до 5 минут в зависимости от сложности.

8. Игра считается оконченной, если одна из команд обанкротилась или закончились все задания.

9. Победителем объявляется тот, в чьем банке будет больше «денег» по окончанию игры.